**湘潭大学毕业论文**

**（初稿）**

**题目：投资组合模型的现实检验及其风险优化**

**院系：数学与计算科学学院**

**专业：信息与计算科学**

**学号：2014750420**

**姓名：王涵之**

**指导教师：杨柳**

**完成日期：2018年4月30日**

**目录**

摘要

Abstract

一、绪论

1.1证券市场与投资风险概述

1.2投资组合理论的发展历程

1.3 本文主要内容与结构安排

二、投资组合理论的总体分析与论述

2.1 市场假设条件

2.2 本文符号设定

2.3投资模型评价指标

2.4投资组合综合概述

2.4.1 1/n策略

2.4.2 市值组合策略

2.4.3马科维兹均值-方差模型

2.4.4 VaR风险模型

2.5本章小结

三、投资组合仿真与案例分析

3.1案例对象的选择原则

3.2仿真数据的预处理

四、实验仿真及数据分析

4.1行情一投资模型仿真实验

4.1.1 1/n模型

4.1.2市值组合模型

4.1.3最小方差模型1

4.1.4最小方差模型2

4.2行情二投资模型仿真实验

4.2.1 1/n模型

4.2.2市值组合模型

4.2.3最小方差模型1

4.2.4最小方差模型2

4.3投资组合指标分析

4.4本章小结

五、投资组合理论的展望

**投资组合模型的现实检验及其风险优化**

**摘要**

随着金融证券行业的不断创新发展，人们对于投资的认识与需求也在逐步提高。为了更好地抵消由于货币的通货膨胀所带来的个人资产的损失，投资者开始更多地将资金投入股票市场，试图借助股票的高波动性赚取高额的回报。基于此，本文研究了若干种常用的投资组合模型的实际投资情况，来试图分析其利弊，并对模型进行相应的优化以达到最大化投资收益的目的。

1952年，美国学者马科维兹创新性地发表了论文《Portfolio Selection》。在接下来的数十年间，众多学者针对马科维兹的“均值-方差模型”提出了不同的改进。其中具有代表性的有，20世纪末期出现的VaR模型以及CVaR模型，以及当前所热议的鲁棒优化模型等方法。

本文首先列举了当前较为常用的若干种投资组合模型，例如，“1/n模型”、“市值组合模型”、“最小方差模型”等，对其优缺点进行了讨论与分析。为了降低投资组合的系统性风险，我们选取了中国股票市场上不同行业中10支蓝筹股票进行分析。

其次，本文选取了2017年全年与2015年6月至2016年5月两个不同时间段进行了分析，通过运用通信达数据库以及matlab二次规划等建立相应模型，充分衡量了不同模型在不同市场行情下的现实表现。我们通过运用夏普指数与特雷诺指数对各类模型进行检验，并进行评价。实验结果表明，马科维兹最小方差模型相比于1/n模型等具有更好的稳健性，其组合整体波动远小于1/n模型。不过1/n模型因其操作便捷，在行情较好时，受个股影响较大，使其收益率提高而较为突出。

最后，我们引入了鲁棒优化策略。以2017年全年数据为样本对投资模型进行了优化，结果表明，鲁棒优化在预期收益及协方差矩阵存在偏差时始终能够保证投资组合达到当前情形下的最优解。鲁棒优化的效果在风险控制方面相比于其他模型有着明显优势。

本文初步分析了不同类型的投资组合模型的适用情况以及其内在原因，对模型进行了现实检验。结果表明，对于实际投资来说，合理估计模型参数与投资对象的选取都是至关重要的。

**关键字**：投资组合，最小方差模型，二次规划，鲁棒优化

**Practical simulation of Portfolio Model**

**and Its Risk Optimization**

**Abstract**

1. **绪论**

**1.1证券市场与投资风险概述**

随着我国社会主义市场经济的蓬勃发展，人民生活水平的逐步提高，人们的理财意识也逐渐加强。为了更好地降低由于通货膨胀所带来的货币贬值对自身资产的影响，越来越多的人选择将一部分资金投入证券市场，试图通过借助股票市场的高回报率来赚取利润，使资产增值。与此同时，我国证券行业的持续高速发展给予了投资者一个方便快捷的投资平台。如果普通投资者看好特定行业，他只需买入自己看中的行业的股票即可，这样大大提高了资本的流动性，将投资者的资产转换为流动的资本。这种做法不仅拓展了投资者的收益渠道，也促进了市场经济的发展。但是从另一方面来看，证券市场的系统性风险同样不可小觑。“一只南美洲[亚马逊河](https://baike.baidu.com/item/%E4%BA%9A%E9%A9%AC%E9%80%8A%E6%B2%B3)流域[热带雨林](https://baike.baidu.com/item/%E7%83%AD%E5%B8%A6%E9%9B%A8%E6%9E%97)中的蝴蝶，偶尔扇动几下翅膀，可以在两周以后引起美国[得克萨斯州](https://baike.baidu.com/item/%E5%BE%97%E5%85%8B%E8%90%A8%E6%96%AF%E5%B7%9E)的一场[龙卷风](https://baike.baidu.com/item/%E9%BE%99%E5%8D%B7%E9%A3%8E)”。任何微小的事件的出现都有可能引起一连串的反应，最终可能导致证券市场的强烈波动。因此投资哪些资产，怎么分配投资比例，怎么降低投资组合的风险成为了所有投资者最为关注的事情。

在证券市场中，一般而言，高风险往往伴随着高回报率同时出现。对于追求高收益率的投资者而言，其实际收益往往是不确定的。也就是说，想要完全消除潜在的风险是不可能的，因为证券市场本身就是一个风险市场，没有风险就没有价格的波动，更不用说股票价格的高增长了。因此如何有效投资，以达到在适当降低风险的同时追求较高的收益率的问题越来越被人们所关注和重视。

**1.2投资组合理论的发展历程**

1952年，马科维兹(Markowtz,H.M.)发表了论文《Portfolio Selection》[1]，拉开了现代金融学的序幕，这是现代金融学历史上一次重大的突破。从此之后，随着人们对于投资组合理论的进一步研究，尤其是将运筹优化，随机过程等数学知识运用到各类金融学模型之中，诞生了许多重要的学术成果，这也为金融机构提供了更为精确的投资理论及分析方法。通过有效运用更为先进的投资组合理论，可以有效地降低金融市场中的投资风险，对降低市场违约风险，维护金融市场的持续稳定起到了积极的作用。

马科维兹的“均值-方差”投资理论为人们提供了一个可以有效量化其投资收益与风险的手段。通过收集股票的历史收益率，并将其均值作为未来的预期收益，将方差作为股票组合的风险，构建了一个以实现最大化均值和最小化方差为优化目标的双决策问题,给投资者提供了一个在一定期望收益下达到最小风险或是在一定风险水平下，使收益最大化的投资组合方案。

然而，均值方差投资组合在实际操作过程中往往会出现协方差矩阵计算量过大，参数误差影响较大等问题。学者Black 和Litterman指出，期望收益的变化对于组合的整体稳定性而言影响较大，因此该模型缺乏一定的稳定性[2]。为此，许多学者针对“均值-方差”投资组合提出了不断地改进。

首先由于高于期望收益均值的股票行情始终是投资者追求的目标，而在马科维兹的投资组合模型中，向上的波动和向下的波动均被视为风险，这显然与实际投资者的愿望相违背。为此，学者Swalm和Mao[3]提出了“均值-下半方差”模型，以均值的负偏差的平方的期望值作为模型的风险函数，将风险定义为实际收益低于均值时的波动。另外学者Knnon[4]也提出了以收益率的期望的绝对值偏差作为参考指标的均值-绝对方差模型。除此之外，通过利用极大极小规则，Young[5]成功构建了以投资收益的最小顺序统计量作为风险的模型；Cai[6]等以投资收益的最大期望偏差作为投资风险的度量，同样构建出了线性规划投资模型。就当前研究水平而言，线性规划模型在计算量方面相比于非线性规划模型有着较为显著的优势，特别是在具有的若干个过程的投资模型中。因为在这种情况下，非线性规划在处理大量离散模型的情形，相比于线性模型要更为复杂。因此，线性行规划仍然是目前建模的主流方法。

以上模型都是建立在“均值-方差”模型之内的优化与改进。然而，就在马科维兹提出“均值-方差”投资组合的同年，Roy[7]提出了另外一种投资组合模型，并称之为“安全第一（Safety First）模型”。该模型通过计算最小化投资收益小于事先给定的风险水平的概率为决策依据，通过利用切比雪夫不等式转换为均值-方差比的优化问题。该模型同样具有跨时代的意义，马科维兹对“安全第一”模型也有着很高的评价，认为“人们对我的称赞应该分给Roy一半”。

相比于“均值-方差”模型，“安全第一”模型侧重于控制发生风险的概率。该模型经过逐渐优化，于20世纪90年代中期形成了目前所流行的VaR（value at risk）模型。VaR模型以实用、简单而著称，例如著名的“巴塞尔协议”就是以VaR模型为基础的。VaR模型可以看作是求解在一定置信水平下的最坏情况下的损失。Alexander G和Baptista A[8]共同提出了以VaR作为风险函数的“均值-VaR”模型，仅仅通过一、二阶的chebyshev不等式就可以求出较好的上界条件，使其具有较好的优化效果。

以上模型均为一些经典的投资模型，然而就模型自身而言，“均值-方差”等模型大都为静态的，单阶段的模型。虽然静态的模型在衡量某一时期的收益与风险方面表现得相当出色，但是在实际投资过程中，投资者要想真正获取较高的收益，需要进行长时间的投资操作，并且根据股票市场的行情适当变更股票持有比例，这就需要引入动态的投资模型。因此动态的投资模型，在长期来看，比静态模型更具有参考性。

在上世纪50年代左右，bellman提出了动态规划，极大地促进了动态规划领域的发展。1969年，Samuelson提出了多阶段的均值方差模型,并有Hakansson[9] 于1971年进行了改进，此外Pliska[10],Gaivoronski[11],Stella[12],Merton[13]等学者进一步改进和发展了动态投资规划。

**1.3 本文主要内容与结构安排**

本文主要研究几种常用的投资组合优化模型在实际股票市场中的应用与具体表现，通过结合收益指标分析各自的优劣，并给出适当的投资建议。

第一章介绍了证券市场与风险的关系，并简要介绍了现代投资组合理论的起源与发展历程，论述了本文的主要内容。

第二章介绍了本文所选用的参考指标，并分析了特雷诺指数和夏普指数的不同之处，并介绍了本文所选取的若干种投资组合模型。本章通过建立不同的投资模型，比较了各个模型的优点与缺点。着重总结了马科维兹的“均值-方差”模型与“VaR模型”在非正太分布收益条件下的特殊情况。

第三章论述了本文选择研究对象的基本原则，运用通达信数据库收集并处理了所需要的具体股票数据，为接下来的仿真实验提供了充足的数据支持。

第四章阐述了两次不同行情下的仿真实验的模拟结果。通过分析不同模型的收益率等相关指标，本章指出了不同模型产生不同结果的内在因素，分析了由于行情差异所带来的投资组合结果的差异，论述了各个模型的优点与弊端。最后通过运用特雷诺指数和夏普指数，更为清晰地呈现出模型之间的差异。

**第二章 投资组合理论的总体分析与论述**

**2.1 市场假设条件**

1.市场价格充分反映供求关系，市场是有效的，股市交易符合随机漫步理论。

2.假设所有投资者均为理性投资人，且都为风险厌恶型。

3.本文不考虑突发性事件对市场所造成的影响，忽略市场等外在因素对投资者行为的影响，即投资者只通过股票价格的变化来做出决策。

**2.2 本文符号设定**

为方便本文后续建模以及论述，在此提出本文所涉及符号及其含义：

**n:**证券市场中投资的股票数目  
**x:**风险资产的投资分配向量

:第i项风险资产的收益率（i=1,2,…,n）

:第i项风险资产收益率的数学期望（i=1,2,…,n）

:第i项风险资产的收益率方差（i=1,2,…,n）

:第i种资产与第j种资产的协方差（i,j=1,2,…,n）

**:**投资组合的协方差矩阵

**:**投资组合的收益率

**:**投资组合的收益率期望

**:**投资组合的收益率方差

**2.3投资模型评价指标**

为了充分衡量投资组合模型的优劣，本文引入投资组合领域三大经典投资模型指标中的特雷诺指数和夏普指数作为参考标准。

特雷诺指数：特雷诺指数首先由特雷诺（Treynor,1965）提出，给出了投资组合份额系统风险的超额收益率。[指数](https://baike.baidu.com/item/%E6%8C%87%E6%95%B0)值越大，承担单位系统风险所获得的超额收益越高。计算公式为：

其中，为投资组合的特雷诺指数，为组合平均收益率，为平均无风险利率，为组合的系统风险。

夏普指数：诺贝尔经济学奖得主威廉夏普（Sharpe,1966）将投资组合的收益与风险综合考量，提出了夏普指数。其反应的核心思想为：投资者在建立有效的投资组合时，应该使其回报率高于无风险利率。夏普指数衡量了每多承担一个单位的风险，应该产生多少的超额回报。计算公式如下：

其中，为投资组合的夏普指数，为组合平均收益率，为平均无风险利率，为投资组合的标准差。

本文中我们取行情一的平均无风险利率为中国银行于2017年1月2日时的一年期定期储蓄利率（一年期1.5%）；行情二的平均无风险利率为中国银行于2017年6月时的一年期定期储蓄利率（一年期2.5%）

**2.4投资组合综合概述**

**2.4.1 “1/n策略”**

古巴比伦人认为人们应该将1/3的资产用于土地，1/3的资产用于消费，1/3的资产用于其他方面。对于普通投资者而言，最为简易方便的投资组合即把资金平均分配给每一支股票。这种方式虽然看上去直接简单，便于操作，但是从原理上看不免有些简陋。

“1/n策略”实际指在投资的n个风险资产中，每个资产的投资比例均为总资金的1/n，即x = (1/n,1/n,1/n,…1/n)。这种投资策略不涉及任何参数的影响,也不依靠股票的任何历史数据，仅仅为平均化原则在投资组合理论中的简单运用。

对于1/n模型，我们容易得到股票的收益率与收益期望:

（其中i=1,2,…,n）

对于1/n模型，虽然原理较其他模型来说简单，但是学者DeMiguel[14]等通过样本外检验的方法分析了美国股票市场的数据发现，由于模型的参数估计存在误差的原因，使得基于数量化的投资组合不一定会比“1/n策略”的投资结果更好。部分原因在于“1/n策略”的收益率不基于任何参数，仅仅是股票价值波动程度的直接反映，而数量化的模型通常由于其存在参数估计上的误差，从而会对模型造成一定无法预料的影响。

“1/n策略”虽然不涉及参数误差对模型的影响，然而由于其收益率仅仅和股票价格的波动相关，是股票价格波动的直接反映。因此当股票市场出现全盘震荡幅度较大的情形时，运用“1/n策略”的投资组合没有减低风险以减少损失的手段，不能保证降低风险的要求。

**2.4.2 市值组合策略**

市值组合策略以每个风险资产的流通市值在整体投资组合中所占的权重为依据分配资金。市值越高的企业的股票分配的资金就越多，记投资比例向量为。

对于市值组合模型，其优点在于市值较大的企业从宏观意义上来说相比于市值较小的企业有着更强的风险把控能力与投资回报能力，这也解释了为什么其市值较大的原因。一般而言，越大的企业，对其投资的稳健性就越好。

然而，部分学者如DeMiguel[15]等通过研究美国市场月度股票市场行情发现，在美国，较小的公司一般而言有着更好的经济效益（小公司效应）。[Banz](http://wiki.mbalib.com/w/index.php?title=Banz&action=edit)(1981)发现[股票](http://wiki.mbalib.com/wiki/%E8%82%A1%E7%A5%A8)[市值](http://wiki.mbalib.com/wiki/%E5%B8%82%E5%80%BC)随着[公司](http://wiki.mbalib.com/wiki/%E5%85%AC%E5%8F%B8)规模的增大而减少的趋势。同一年，学者Reimganum也发现了公司规模最小的[普通股票](http://wiki.mbalib.com/wiki/%E6%99%AE%E9%80%9A%E8%82%A1%E7%A5%A8)的[平均收益率](http://wiki.mbalib.com/wiki/%E5%B9%B3%E5%9D%87%E6%94%B6%E7%9B%8A%E7%8E%87)要比根据[CAPM模型](http://wiki.mbalib.com/wiki/CAPM%E6%A8%A1%E5%9E%8B)[预测](http://wiki.mbalib.com/wiki/%E9%A2%84%E6%B5%8B)的理论收益率高。这反映了小型公司由于其规模较小，管理便捷，收益途径简单直接，上升空间巨大等特点，通过不断采用更为先进的管理经验与技术，可以更快地实现公司收益的突破式发展。

**2.4.3马科维兹均值-方差模型**

马科维兹于1953年提出的均值方差投资组合是建立在禁止投资者进行股票卖空操作的基础之上的，试图寻找到一种在达到一定收益的前提下，使得投资组合的方差最小的模型。另外，根据马科维兹的投资理论，为了尽可能实现投资组合的风险最小，不仅需要将资金进行分散化投资，更需要让股票之间的协方差最小，即相关性最小。因此实现这一需求最简单的操作就是将资金分散投资于不同的行业中。行业的相关性越低，投资组合的相关性就越小。那么一旦发生大规模连锁反应，由于股票的协方差较小,其投资组合的波动幅度就能变得更小。

另外，均值方差投资理论还基于以下几个准则：

1. 投资者进行投资的依据是某一时间段内的股票收益的概率分布。
2. 投资者根据投资股票的收益率方差来衡量投资风险的大小。
3. 投资者都是风险厌恶型的投资者。在一定期望的收益前提下，投资者要求风险最小；在一定风险的前提下，投资者要求投资收益的最大化。

根据以上准则，马科维兹建立了著名的“均值-方差”投资组合模型：

首先令为投资者在第i项资产上的投资比例（i= 1,2,…,n），那么有  
 投资组合的收益率为  
 收益率期望为

收益率期望方差为

先考虑“传统均值-方差模型”，令投资组合的期望收益最大，同时方差最小，则该问题可以表示为以下数学模型：

0 （其中i=1,2,…,n）

另外马科维兹研究了最小方差原则下的“均值-方差”模型，即在一定期望收益情况下，使得组合的方差最小化的模型，如下：

0 （其中i=1,2,…,n）

对于马科维兹的“均值-方差模型”，其重要突破性意义主要表现在以下方面：

（一）尽管在马科维兹之前，投资人已经意识到了应该将风险与收益率综合考虑的问题，然而，他们忽略了投资多样化和预期收益最大化之间的矛盾。马科维兹通过利用均值-方差分析，求解了在一定约束条件下的资金最优化分配问题。

（二）马科维兹发展了一个概念明确的可操作的在不确定条件下选择投资组合的理论，提出对于股票风险的衡量不仅仅应该参考股票的收益率方差，还应该分析整个投资组合的协方差。通过将股票之间的协方差引入模型，马科维兹发现风险的大小与股票之间的相关性密切相连。并提出了分散风险的重要方式在于选择相关性较低的股票组合。

（三）马科维兹给出了均值-方差模型的具体计算方法，因此可以被直接运用于投资。

然而，虽然马科维兹的“均值-方差”模型被誉为“华尔街的第一次革命”，但是其模型中的风险的计算方法也遭到了后来学者的质疑，主要原因有：

（一）在“传统均值-方差”模型中，由于收益率均值所产生的误差对模型的影响程度远远大于由协方差造成的的影响，因此该模型的结果受参数影响较大。

（二）马科维兹运用方差的大小作为衡量风险大小的依据存在问题。高于期望收益率的波动是投资者所期待的结果，将收益与损失共同视为风险。2002年诺贝尔奖得主丹尼尔卡尼曼（Daniel Kahneman）在其著作《思考的快与慢》（thinking ,fast and slow）[16]中阐述了人们对于正收益与负收益的心理感知是不同的。因此将收益与损失等价衡量显然不符合投资的理念。

（三）当投资组合所参考的股票数量增大时，从统计学角度讲，该方法不适合进行大规模的数据处理，计算过于复杂。

总而言之，虽然马科维兹提出了均值方差模型，将现代金融学，金融数学的研究带入了一个全新的时代，但是模型本身仍然存在一些短板。

**2.4.4 VaR风险模型**

随着学术界对于投资模型的不断深入研究，部分传统的投资模型逐渐暴露出不同的弊端。例如：传统的资产负债管理，即ALM(Asset-Liability Management)过于依赖报表分析，缺乏时效性；CAPM模型（[资本资产定价模型](https://baike.baidu.com/item/%E8%B5%84%E6%9C%AC%E8%B5%84%E4%BA%A7%E5%AE%9A%E4%BB%B7%E6%A8%A1%E5%9E%8B)）无法揉合各种金融衍生品种。在上述传统的几种方法都无法准确定义和度量投资组合的[风险](https://baike.baidu.com/item/%E9%87%91%E8%9E%8D%E9%A3%8E%E9%99%A9)时，G30集团在研究衍生品种的基础上，于1993年发表了题为《衍生产品的实践和规则》的报告，提出了著名VAR(Value at Risk)模型。目前VaR方法已成为金融界测量市场风险的主流方法。

VaR方法自从问世以来，就收到国际权威金融机构的追捧。巴塞尔银行，美国证券交易委员会等机构纷纷将VaR模型作为衡量投资组合风险的标准办法。投资组合的风险价值实质上为在一定的时间段内，给定一个置信水平的前提下，投资者所能承受的最大的损失。

关于VaR方法的计算，首先要给定两个先决条件：

（一）投资时间长度：一般而言，投资时间越长，其风险越大。投资长短并无明确的规定，本文中所选用的案例均为1年时间。

（二）置信水平：从统计学角度来看，置信水平反映了投资者对于风险的偏好程度。风险厌恶者通常会选择较高的置信水平，从而保证其投资收益。一般而言，选择95%~99%之间。

由于之前的模型都假设投资收益分布是服从正太分布的情形，然而根据人们对实际股票市场的研究发现，大部分的股票收益并不完全服从正态分布。因此我们考虑非正太分布情况下的VaR模型：

对于非正太分布情况，我们应用chebyshev不等式可以求得VaR的上界：

然而，chebyshev不等式的上界并不严格，我们考虑Bertsimas和Popescu的结论，给出VaR的严格上界：

因此，我们得到了代替马科维兹模型的非正太分布的VaR模型：

0 （其中i=1,2,…,n）

其中p为投资者事先给定的的期望收益率，t为给定的置信水平。

**2.5本章小结**

本章通过给定股票市场的前提假设，运用公式论述了四种常用的投资组合方法及其收益率的计算方法。除此之外，本文结合每一种投资组合，介绍并分析了各自的优点与不足，给出了相应的参考建议。另外本章介绍了两种常用的投资组合分析指标。

**第三章 投资组合仿真与案例分析**

**3.1案例对象的选择原则**

1. **行业分散化原则**

行业分散的目的在于分担各个行业风险，有利于降低投资组合的系统性风险，提高投资组合的稳健性。1968年，美国学者J.H.Evans和S.H. Archer[17]通过随机选择各种资产组合，并对其不同组合的分散风险能力进行了数量分析。实验结果显示，由10～l5种股票构成的投资组合的分散风险的能力就已经达到了极限。为了可以达到降低投资组合风险的效果，本文选取了我国不同行业的股票进行仿真实验与分析。

1. **龙头股原则**

由于一般投资者对于股票市场的行情相比于专业从业人员而言较为薄弱，并且绝大多数投资者对于投资于股票市场的目的更在于以较低的风险水平获得高于银行或债券回报水平的收益，对抗货币贬值的影响，而非一味追求高收益。另外，由于行业龙头企业规模较大，抗风险能力较强，更具有较高的声誉，因此，龙头股票相比于其他股票而言有着更稳健的优点。所以本文所选用的参考对象股票均为当前我国股票市场上的行业龙头股票。

1. **时间跨度方案**

一般情况而言，虽然长期投资的综合回报率相比于短期投机行为要略低，但其稳健性要由于短期的投机行为更强。因此，为了更好对比分析模型在不同市场条件的优劣，本文选取了两个不同时间段的市场行情进行分析：

行情一：2017年全年的中国股票市场

行情二：2015年6月至2016年6月的中国股票市场

行情一反映的市场表现稳定，整体波动幅度适中，有利于分析模型在较小波动下的优劣；行情二选取了大熊市的市场表现，通过分析剧烈波动的股票市场数据，可以更好地检验各种模型的稳健性。

综合以上原则，本文随机选取了十个不同行业的龙头企业的股票，分别为：万科A，鞍钢股份，南方航空，中信证券，三一重工，招商银行，中国医药，贵州茅台，中国石油，大唐发电。详细信息见下表。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 序号 | 股票名称 | 股票代码 | 股票市值（亿元） | 所占比例 |
| 1 | 万科A | 000002 | 1918.696 | 0.075 |
| 2 | 鞍钢股份 | 000898 | 305.655 | 0.012 |
| 3 | 南方航空 | 600029 | 485.784 | 0.019 |
| 4 | 中信证券 | 600030 | 1541.151 | 0.060 |
| 5 | 三一重工 | 600031 | 460.713 | 0.018 |
| 6 | 招商银行 | 600036 | 3473.16 | 0.136 |
| 7 | 中国医药 | 600056 | 189.476 | 0.007 |
| 8 | 贵州茅台 | 600519 | 4124.736 | 0.161 |
| 9 | 中国石油 | 601857 | 12692.96 | 0.496 |
| 10 | 大唐发电 | 601991 | 381.618 | 0.016 |

表1 --行情一股票明细

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 序号 | 股票名称 | 股票代码 | 股票市值（亿元） | 所占比例 |
| 1 | 万科A | 000002 | 1201.127 | 0.038 |
| 2 | 鞍钢股份 | 000898 | 424.965 | 0.013 |
| 3 | 南方航空 | 600029 | 669.006 | 0.021 |
| 4 | 中信证券 | 600030 | 2869.425 | 0.090 |
| 5 | 三一重工 | 600031 | 1025.288 | 0.032 |
| 6 | 招商银行 | 600036 | 3258.92 | 0.102 |
| 7 | 中国医药 | 600056 | 208.161 | 0.007 |
| 8 | 贵州茅台 | 600519 | 2809.926 | 0.088 |
| 9 | 中国石油 | 601857 | 18796.59 | 0.586 |
| 10 | 大唐发电 | 601991 | 743.256 | 0.023 |

表2 --行情二股票明细

**3.2仿真数据的预处理**

不论是以马科维兹的经典“均值-方差”模型求解投资组合，还是以收益率服从非正态分布假设下的均值-Va R 模型求解投资组合，都依赖于历史数据的支撑，从而计算出所有股票的收益率，方差以及股票之间的协方差。

通过通达信金融终端，本文获取了所有股票的交易信息，如：开盘价，收盘价，收益率等信息。由于本文考虑的投资时间长度为一年，为保证数据的充足性，同时便于处理计算，本文选用一个交易周的时间长度作为一个基本单位。将每个股票周收益率的数据导入excel工作簿。

记第i支股票第t周的收盘价格为,易得所选股票的周收益率为：

周收益率的数学期望为：

周收益率的方差为：

各类股票收益率的协方差为：

通过将以上公式及数据导入matlab,经过计算可以得出所选股票的收益率，方差以及股票之间的协方差（见下表）:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票代码** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** |
| **收益率** | 0.0079 | 0.0022 | 0.0123 | 0.0033 | 0.0068 |
| **方差** | 0.0022 | 0.0024 | 0.0011 | 0.0005 | 0.0016 |
| **股票代码** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| **收益率** | 0.0120 | 0.0076 | 0.0151 | 0.0014 | 0.0031 |
| **方差** | 0.0013 | 0.0011 | 0.0010 | 0.0003 | 0.0012 |

表3--行情一收益率及方差统计表

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| **000002** | 0.0022 | -0.0002 | 0.0006 | 0.0003 | 0.0002 | 0.0006 | -0.0003 | -0.0002 | 0.0002 | -0.0002 |
| **000898** | -0.0002 | 0.0024 | -0.0001 | 0.0006 | 0.0005 | 0 | -0.0002 | -0.0002 | 0.0003 | 0.0001 |
| **600029** | 0.0006 | -0.0001 | 0.0011 | 0 | -0.0001 | 0.0003 | -0.0001 | -0.0001 | 0 | -0.0002 |
| **600030** | 0.0003 | 0.0006 | 0 | 0.0005 | 0.0003 | 0.0003 | 0 | 0 | 0.0001 | 0 |
| **600031** | 0.0002 | 0.0005 | -0.0001 | 0.0003 | 0.0016 | 0.0003 | 0.0002 | 0.0003 | 0.0001 | -0.0001 |
| **600036** | 0.0006 | 0 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0013 | 0 | 0.0002 | 0.0002 | 0 |
| **600056** | -0.0003 | -0.0002 | -0.0001 | 0 | 0.0002 | 0 | 0.0011 | 0.0005 | 0 | -0.0002 |
| **600519** | -0.0002 | -0.0002 | -0.0001 | 0 | 0.0003 | 0.0002 | 0.0005 | 0.0010 | 0 | 0 |
| **601857** | 0.0002 | 0.0003 | 0 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0002 | 0 | 0 | 0.0003 | 0.0001 |
| **601991** | -0.0002 | 0.0001 | -0.0002 | 0 | -0.0001 | 0 | -0.0002 | 0 | 0.0001 | 0.0012 |

表4--行情一股票协方差统计表

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票代码** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** |
| **收益率** | 0.0130 | -0.0092 | -0.0064 | -0.0107 | -0.0202 |
| **方差** | 0.0052 | 0.0037 | 0.0075 | 0.0067 | 0.0062 |
| **股票代码** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| **收益率** | 0.0016 | -0.0055 | 0.0014 | -0.0044 | -0.0094 |
| **方差** | 0.0023 | 0.0066 | 0.0017 | 0.0027 | 0.0047 |

表5--行情二收益率及方差统计表

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| **000002** | 0.0052 | 0.0018 | 0.0017 | 0.0021 | 0.0018 | 0.0011 | 0.0016 | 0.0009 | 0.0014 | 0.0016 |
| **000898** | 0.0018 | 0.0037 | 0.0018 | 0.0027 | 0.0024 | 0.0014 | 0.0016 | 0.0004 | 0.0012 | 0.0033 |
| **600029** | 0.0017 | 0.0018 | 0.0075 | 0.0030 | 0.0034 | 0.0009 | 0.0041 | 0.0003 | 0.0011 | 0.0024 |
| **600030** | 0.0021 | 0.0027 | 0.0030 | 0.0067 | 0.0039 | 0.0023 | 0.0033 | 0.0014 | 0.0025 | 0.0030 |
| **600031** | 0.0018 | 0.0024 | 0.0034 | 0.0039 | 0.0062 | 0.0021 | 0.0037 | 0.0013 | 0.0012 | 0.0031 |
| **600036** | 0.0011 | 0.0014 | 0.0009 | 0.0023 | 0.0021 | 0.0023 | 0.0017 | 0.0010 | 0.0012 | 0.0014 |
| **600056** | 0.0016 | 0.0016 | 0.0041 | 0.0033 | 0.0037 | 0.0017 | 0.0066 | 0.0007 | 0.0009 | 0.0028 |
| **600519** | 0.0009 | 0.0004 | 0.0003 | 0.0014 | 0.0013 | 0.0010 | 0.0007 | 0.0017 | 0.0008 | 0.0007 |
| **601857** | 0.0014 | 0.0012 | 0.0011 | 0.0025 | 0.0012 | 0.0012 | 0.0009 | 0.0008 | 0.0027 | 0.0012 |
| **601991** | 0.0016 | 0.0033 | 0.0024 | 0.0030 | 0.0031 | 0.0014 | 0.0028 | 0.0007 | 0.0012 | 0.0047 |

表6--行情二股票协方差统计表

**第四章 实验仿真及数据分析**

**4.1****行情一下的投资模型仿真实验**

行情一选取了我国2017年全年作为仿真对象，在此期间，上证A股涨幅为6.58%，市场整体稳定，有利于衡量模型的盈利能力。

**4.1.1 “1/n模型”**

由于该模型不涉及股票历史收益率的影响因素，故设定投资者于2017年第一个交易日开盘价买入，于2017年最后一个交易日卖出。根据从通达信金融终端所收集的数据，“1/n模型”的收益率为各个股票收益率的均值，见下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 股票 | 000002 | 000898 | 600029 | 600030 | 600031 | 600036 | 600056 | 600519 | 601857 | 601991 |
| 收益率 | 0.5718 | 0.2751 | 0.7275 | 0.1507 | 0.4942 | 0.7212 | 0.3267 | 1.130 | 0.0319 | 0.084 |

表7--行情一股票年收益率统计表

易得收益率均值 R=0.4513

相比于2017年大盘情况，该组合的收益率远远高于同期大盘走势，这充分体现了行业龙头股的优越性。通过分析投资组合成分发现，贵州茅台（年增长率113%）、南方航空（年增长率72.75%）以及招商银行（年增长率72.12%）的增长幅度较大。这些行业龙头股票对于整体投资组合的收益起到了关键作用。

对于风险的衡量，通过表4的协方差矩阵，易得该投资组合收益率的方差为：

通过所得数据，我们发现，“1/n”模型，在行情较好时，的收益率较高，这主要由于组合内的优质股票的带动，使得整体均值得到了提高。然而，表3的方差说明，部分股票的方差较大，这说明整体组合的稳定性会因部分波动较大的股票而变得不稳定。该模型仅通过平均值原理进行投资，几乎没有规避风险的手段。

**4.1.2 市值组合模型1**

市值组合模型同样不涉及参数的估计问题，其原理是根据企业的市值大小所占组合总市值的比例分配投资资本，故收益率为各个股票收益率的加权平均值。股票收益率参考表7，市值权重参考表1，本文同样假设投资者于2017年年初购买相应的股票，得“市值组合模型”的收益率与方差分别为：

R=0.3774

=2.2422

由此可见，市值组合模型的收益率相比于“1/n模型”较低。通过研究市值组合策略的各项股票权值，容易看出中国石油的权值为0.496，而其收益率在十支股票中最低，仅为3.19%。由于中国石油在投资组合中权重最大而收益最低，这也解释了该组合收益下降的原因。

然而，由于中国石油的企业规模及其企业性质，中国石油的股价在很大程度上不会发生过于强烈的波动。对于大型、巨型国有企业一般而言，都具有极高的抗风险能力。通过加大其组合权重，虽然投资回报率会有所下降，但可以使投资更加稳健，投资组合的总价值也不易发生大幅度下跌。因此，市值组合策略不失为一种风险操控手段。

**4.1.3最小方差模型**

根据马科维兹的均值-方差模型，我们考虑最小化风险的投资组合，即最小方差模型。考虑模型2.4.3（2），本文运用matlab进行线性规划求解。首先，由于投资组合中，最低收益为0.0014，最高收益为0.0151。因此，为了方便讨论并保证结果的精确性，本文假设给定的期望收益p在0.0014与0.0151间断变化，间断变化量为0.0001。通过依次求解模型，计算出最优组合方案。部分结果见下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | | 0.0025 | 0.0040 | 0.0052 | 0.0055 | **0.0059** | 0.0080 | 0.0090 | 0.0100 |
| X | X1 | 0.0125 | 0.0125 | 0.0125 | 0.0125 | **0.0067** | 0.0189 | 0.0252 | 0.0323 |
| X2 | 0.0028 | 0.0028 | 0.0028 | 0.0029 | **0.0002** | 0.0150 | 0.0329 | 0.0524 |
| X3 | 0.1607 | 0.1607 | 0.1610 | 0.1613 | **0.1698** | 0.2252 | 0.2465 | 0.2648 |
| X4 | 0.1449 | 0.1449 | 0.1448 | 0.1446 | **0.1491** | 0.0933 | 0.0510 | 0.0107 |
| X5 | 0.0298 | 0.0298 | 0.0298 | 0.0298 | **0.0287** | 0.0303 | 0.0280 | 0.0242 |
| X6 | 0.0018 | 0.0017 | 0.0017 | 0.0017 | **0.0002** | 0.0143 | 0.0347 | 0.0610 |
| X7 | 0.1197 | 0.1197 | 0.1196 | 0.1194 | **0.1150** | 0.0914 | 0.0842 | 0.0788 |
| X8 | 0.0787 | 0.0788 | 0.0792 | 0.0799 | **0.0905** | 0.2011 | 0.2479 | 0.2915 |
| X9 | 0.3169 | 0.3168 | 0.3164 | 0.3158 | **0.3105** | 0.1913 | 0.1343 | 0.0726 |
| X10 | 0.1322 | 0.1322 | 0.1321 | 0.1320 | **0.1293** | 0.1191 | 0.1153 | 0.1117 |
| 方差  （） | | 6.5670 | 6.5668 | 6.5667 | 6.5671 | **6.5510** | 7.8199 | 9.0671 | 10.683 |

表8--情形一最小方差模型部分结果统计表

通过统计表我们可以看到当每周期望收益p=0.0059时，投资组合的风险达到最小值。根据表4，在p=0.0059时，由协方差公式求得最小方差为6.5510。

另外，由于最小方差策略以周收益率为指标，故通过将周收益转化为年收益率，可得到最小方差模型的年收益0.3596，方差为6.5510。

下图为最小方差模型，当期望收益p变化时,投资组合风险的变化情况以及收益/风险的变化情况:

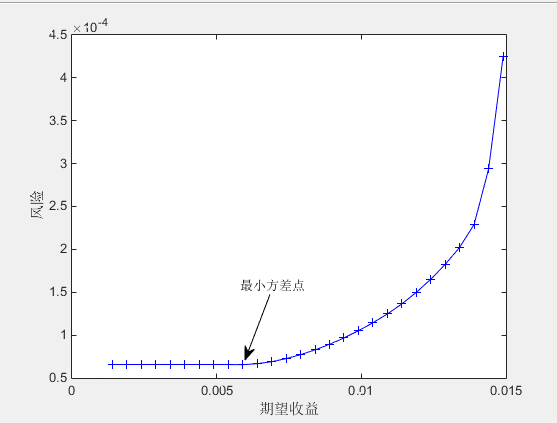
****

图1--情形一最小方差模型风险随收益变化趋势图

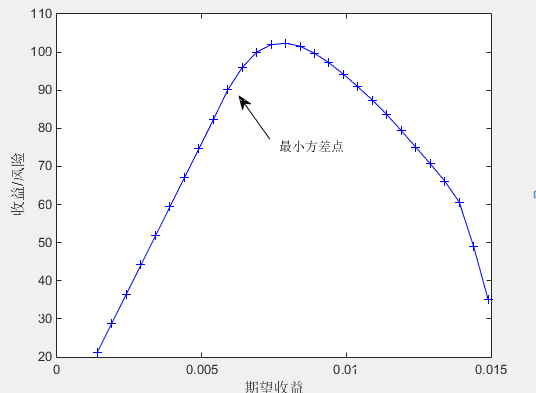
****

图2--情形一最小方差模型收益/风险随期望收益变化趋势图

由图2我们发现，最小方差的最优解取值并没有在图2的最高点。这意味着，当投资组合的整体方差最小时，其收益与风险的比值并没有达到最优情况。因此，我们在最小方差模型的基础上，试图通过适度提高投资组合的波动性来达到收益与风险的比值的最大化，即最小方差模型2.

**4.1.4最小方差模型2**

通过分析图2，我们发现投资组合的收益与风险的比值会出现一个峰值，这启示我们，对于最小方差模型，我们可以通过适当提高投资组合的预期收益，来达到投资组合的收益与风险的比值的最大化。当曲线达到峰值时，就意味着每承担一个单位的风险，投资者所收获的收益达到最大化。

我们将最小方差模型改进，有如下的最小方差模型2；

0 （其中i=1,2,…,n）

通过运用matlab建模及图2，我们得到了的最大值，该投资组合的比例分配如下

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** |
| 比例 |  |  |  |  |  |
| **股票** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| 比例 |  |  |  |  |  |

该模型的收益率为p= 。方差= .

**4.2行情二下的投资模型仿真实验**

行情二所选的时间段为2015年6月至2016年5月，期间中国股市正值大熊市时期，上证A股从4029点下跌至3052点，跌幅达到了24.24%。通过选取该过程，可以有效检验模型的抗风险性与稳健性。

**4.2.1 “1/n模型”**

我们假设投资者同样按照4.1.1所叙述的方法进行投资。通过通达信金融终端的数据库，我们有以下收益率统计表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **股票** | **000002** | **000898** | **600029** | **600030** | **600031** |
| 收益率 | 0.8574 | -0.4087 | -0.3951 | -0.4668 | -0.5855 |
| **股票** | **600036** | **600056** | **600519** | **601857** | **601991** |
| 收益率 | 0.0219 | -0.3587 | 0.0688 | -0.3738 | -0.4583 |

表10--行情二股票年收益率统计表

易得整体收益率R=-0.2099

根据表6的协方差矩阵，我们得到“1/n模型”的整体风险=0.0022

通过分析表9，我们可以发现，在行情二中，大部分股票的价格下跌幅度都超过了同期上证A股的幅度，只有万科A（000002）有较大的增长。

因此，我们可以看出，在行情二的仿真模拟中，该模型只是将所有股票的收益求均值。并没有依据收益率而加大万科A的持有比例。根据“1/n策略”的原理，我们可以得知，该组合整体价值的波动为各个股票价格波动的均值。由于权重一致，稳定性较好的股票并不会给让整体组合变得更加稳健，因此，当市场出现大规模波动的情形时，该组合没有办法有效降低投资风险。

**4.2.2市值组合模型**

我们同样假设投资者按照4.1.2所叙述的方法进行投资。股票收益率参考表9，市值权重参考表2，计算出收益率与方差分别为：

R=-0.2656

=0.0019

通过分析该模型的仿真结果，我们发现在行情二中，中国石油的权重占据了0.586，而中国石油的收益率为-0.37，并且中国石油的价格方差也较大，为0.0027.这说明，在该组合中，中国石油的股价波动主导了整体组合的股价波动，虽然万科的收益率较高，但由于其比例在整体组合中较低，导致其没有达到提高整体收益的效果。

通过与1/n模型比较，我们发现，市值组合模型的方差小于前者。这也是因为市值组合模型分散了投资比例，将更多的资金投入了更加稳健的股票中。

**4.2.3最小方差模型**

在行情二的最小方差模型中，我们同样假设期望收益率在各个股票收益率的最小值-0.0202与最大值0.0130间变动，变动幅度为0.0001.运用matlab建模求得部分结果见下表

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | | 0.0202 | 0.0130 | 0.0068 | **0.0030** | 0.0020 | 0.0010 | 0 | -0.001 |
| X | X1 | 0.0019 | 0.0018 | 0.0026 | **0.004** | 0.0024 | 0.0249 | 0.0618 | 0.0993 |
| X2 | 0.1530 | 0.1530 | 0.1527 | **0.1536** | 0.1514 | 0.1246 | 0.0891 | 0.0532 |
| X3 | 0.0649 | 0.0649 | 0.0646 | **0.0661** | 0.0649 | 0.0636 | 0.0602 | 0.0556 |
| X4 | 0 | 0. | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| X5 | 0 | 0 | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| X6 | 0.0615 | 0.0615 | 0.0613 | **0.0627** | 0.0636 | 0.0928 | 0.1273 | 0.1607 |
| X7 | 0.0090 | 0.0090 | 0.0094 | **0.0067** | 0.0087 | 0.0046 | 0.0017 | 0.0009 |
| X8 | 0.5458 | 0.5458 | 0.5455 | **0.5464** | 0.5459 | 0.5445 | 0.5389 | 0.5330 |
| X9 | 0.1640 | 0.1640 | 0.1639 | **0.1640** | 0.1630 | 0.1449 | 0.1209 | 0.0971 |
| X10 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | **0** | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 |
| 方差  （） | | 5.9132 | 5.9132 | 5.9137 | **5.9122** | 5.9135 | 5.9435 | 6.0538 | 6.2444 |

表11--情形二最小方差模型部分结果统计表

**4.3投资组合指标分析**

**4.3.1夏普指数分析**

由2.3可知，夏普指数的定义式为：

对于行情一，我们取=1.5%；对于行情二，我们取通过计算得：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 行情一 | 1/n | 市值组合 | 最小方差 |
| 收益率 | 0.4513 | 0.3774 | 0.3596 |
| 方差 |  | 2.2422 | 6.5510 |
| 标准差 | 1.45 | 1.50 | 8.09 |
|  | 30.65 | 24.78 | 43.78 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 行情二 | 1/n | 市值组合 | 最小方差 |
| 收益率 | -0.2099 | -0.2656 | 0.1650 |
| 方差 | 0.0022 | 0.0019 | 5.9122 |
| 标准差 | 0.047 | 0.043 | 2.43 |
|  | -4.35 | -6.02 | 6.662 |

**4.2.2特雷诺指数**

由2.3可知，特雷诺定义式为：

对于行情一，我们取=1.5%；对于行情二，我们取通过计算得：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 行情一 | 1/n | 市值组合 | 最小方差 |
| 收益率 | 0.4513 | 0.3774 | 0.3596 |
| 方差 |  | 2.2422 | 6.5510 |
|  | 2128 | 1658 | 5406 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 行情二 | 1/n | 市值组合 | 最小方差 |
| 收益率 | -0.2099 | -0.2656 | 0.1650 |
| 方差 | 0.0022 | 0.0019 | 5.9122 |
|  | -93.02 | -136.29 | 272.1 |

**4.4本章小结**

第四章模拟了两次不同行情下三种模型的实际表现，通过对比其收益率与方差来直观衡量模型的优劣。通过运用夏普指数和特雷诺指数，分析了内在原因。

我们发现，在两种行情中，1/n模型收益率的波动幅度都相对较大，模型仅通过均分投资的手段来规避风险。在熊市行情下，这种组合的收益率会因为其中大部分股票的下跌而下跌，没有规避风险的手段。也正因为其具有高波动的性质，同时不涉及参数估计误差的影响。在市场较为稳定时，其收益率优于其他模型。

市值组合模型通过参考企业的市值来分配资金，依靠大企业的股票的稳健性来规避风险，来达到降低投资组合的整体方差。然而，这样的策略可能会使得大企业的股票波动主导整体模型。在本文所示的组合中，中国石油的市值占到了整体总市值的一半，极大的放大了中国石油股价对整体模型收益的影响。同时参考小公司效应，这样的策略收益率会相对较低。

最小方差模型侧重于最小化投资组合的整体方差，使风险降至最小。通过实验我们发现，虽然在最优情况下，模型的收益率相比于前两者较低，但其方差的减少更加明显。其夏普指数也反映了最小方差模型更注重提高收益与风险的比值。因此，在追求投资组合稳健性上，最小方差模型要优于前两者。

对于最小方差模型2，该模型追求在一定期望收益的条件下，追求投资组合整体方差最小化，并使得单位风险的收益最大化。相比于传统的最小方差模型，该模型适度提高了风险来追求收益与风险比值的最大化。